

Um Algoritmo Polinomial para o Problema da Inundação em Grafos de Co-Comparabilidade

Jeremy van der Vinne^{a,b}, Sheila Morais de Almeida^a

^a*Departamento Acadêmico de Informática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná,
R. Doutor Washington Subtil Chueire, 330, Ponta Grossa, Paraná, Brasil*

^b*Autor para correspondência: jeremyvinne@alunos.utfpr.edu.br*

Palavras-chaves: jogos de inundação, grafos de co-comparabilidade, algoritmos

O *Jogo da Inundação* é um jogo em um tabuleiro (uma matriz $m \times n$) onde cada célula tem uma cor aleatória e o objetivo é fazer com que todas as células tenham a mesma cor com o menor número possível de movimentos. Duas células são vizinhas se são consecutivas na mesma linha ou coluna. Um caminho monocromático é um conjunto de células vizinhas no tabuleiro com a mesma cor. Uma das células é chamada de *pivô*. Suponha que o pivô esteja colorido com uma cor c . A cada turno, o jogador escolhe uma nova cor c' e troca a cor de todas as células do caminho monocromático que contém o pivô para c' .

O Jogo da Inundação pode ser modelado usando grafos. Seja $G = (V(G), E(G))$ um grafo simples com conjunto de vértices $V(G)$ e conjunto de arestas $E(G)$. Para qualquer aresta $uv \in E(G)$, dizemos que uv é *incidente* nos vértices u e v , e que u e v são vértices *adjacentes*. Então, dado um tabuleiro do Jogo da Inundação pode-se modelá-lo como um grafo da seguinte forma: cada célula é representada por um vértice, dois vértices do grafo são adjacentes se e somente se as células correspondentes são vizinhas. Os grafos que modelam o tabuleiro do Jogo da Inundação são chamados de *grafos grades*. Dado um grafo grade G e um número inteiro k , decidir se G pode ser inundado com k movimentos é um problema NP-completo, para $k \geq 3$ (Lagoutte et al., Flooding games on graphs). O Jogo da Inundação poder ser generalizado para outras classes de grafos.

Uma *orientação transitiva* para as arestas de um grafo G é uma atribuição de orientação para cada aresta tal que se existe aresta orientada de u para v e de v para w , então existe aresta orientada de u para w . Um grafo que admite orientação transitiva das arestas é um *grafo de comparabilidade*. Um *grafo é de co-comparabilidade* se e somente se é o complemento de um grafo de comparabilidade. Fleischer et al. afirmam que o Jogo da Inundação pode ser resolvido eficientemente em grafos de co-comparabilidade (*An algorithmic analysis of the honey-bee game*). Este resultado foi refutado por Lorenzi e Almeida (*Flood-it Game on Co-comparability Graphs*), que mostraram um caso em que o Algoritmo de Fleischer e Woeginger não termina.

Neste projeto pretende-se corrigir o algoritmo de Fleischer e Woeginger, apresentando solução em tempo polinomial para o Jogo da Inundação nos grafos de co-comparabilidade.